

## آرایه مثلثی استرلینگ نوع دوم، حاصل جمع اعداد دو آرایه مثلثی مجزای، انسان و جن

هر یک از اعداد آرایه مثلثی استرلینگ نوع دوم، از مجموع دو عدد، از دو آرایه مثلثی مجزا، با عنوان های ( انسان و جن ) و با رابطه بازگشتی همسان با رابطه بازگشتی حاکم در آرایه مثلثی استرلینگ نوع دوم، تشکیل می یابد. بعبارت دیگر هر عدد استرلینگ نوع دوم حاصل جمع دو عدد از دو آرایه عددی مجزا با رابطه بازگشتی همسان ( با استثنای اعداد واقع در سومین ستون قطری از آرایه موسوم به انسان، و اولین ستون قطری از آرایه موسوم به جن، که با رابطه بازگشتی حاکم در آرایه مثلثی استرلینگ نوع دوم همخوانی ندارند ) می باشد.

Stirling numbers of the second kind (sequence [A008277](#) in the [OEIS](#)):

$k \backslash n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1										
1	0	1									
2	0	1	1								
3	0	1	3	1							
4	0	1	7	6	1						
5	0	1	15	25	10	1					
6	0	1	31	90	65	15	1				
7	0	1	63	301	350	140	21	1			
8	0	1	127	966	1701	1050	266	28	1		
9	0	1	255	3025	7770	6951	2646	462	36	1	
10	0	1	511	9330	34105	42525	22827	5880	750	45	1

آرایه مثلثی استرلینگ نوع دوم، حاصل جمع اعداد با مکان های مشابه (هم مختصات)، از دو آرایه مثلثی موسوم به انسان و جن با رابطه بازگشتی زیر.

$$\{n + 1, k\} = k\{n, k\} + \{n, k - 1\}$$

$k \backslash n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	1											
1	0	1										
2	0	<u>0</u>	1	1								
3	0	1	<u>1</u>	3	1							
4	0	1	5	<u>7</u>	6	1						
5	0	1	15	14	<u>23</u>	10	1					
6	0	1	31	84	30	<u>54</u>	15	1				
7	0	1	63	283	300	55	<u>105</u>	21	1			
8	0	1	127	912	1483	825	91	<u>181</u>	28	1		
9	0	1	255	2863	6844	5608	1911	140	<u>287</u>	36	1	
10	0	1	511	8844	30239	34884	17074	3920	204	<u>428</u>	45	1

آرایه مثلثی موسوم به انسان با رابطه بازگشتی زیر. (با استثنای اعداد واقع در سومین ستون قطری که با رابطه بازگشتی استرلینگ همخوانی نداشته و موجب پارادکس می گردد. زیرا در هر سلول دو عدد وجود دارد (کمرنگ عدد اصلی است) که در صورت انتخاب هر کدام رابطه بازگشتی اعداد بالائی و پائینی آن سلول تغییر می یابد)

$$\{n + 1, k\} = k\{n, k\} + \{n, k - 1\}$$

$k \backslash n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2	0	<u>0</u>									
3	0	0	<u>0</u>								
4	0	0	2	<u>0</u>							
5	0	0	0	11	<u>2</u>						
6	0	0	0	6	35	<u>11</u>					
7	0	0	0	18	50	85	<u>35</u>				
8	0	0	0	54	218	225	175	<u>85</u>			
9	0	0	0	162	926	1343	735	322	<u>175</u>		
10	0	0	0	486	3866	7641	5753	1960	546	<u>322</u>	

آرایه مثلثی موسوم به جن، با رابطه بازگشتی زیر. (با استثنای اعداد واقع در اولین ستون قطری که با رابطه بازگشتی استرلینگ نوع دوم همخوانی نداشته و موجب پارادکس می گردد. زیرا در هر سلول دو عدد وجود دارد (عدد، با فونت کم رنگ عدد اصلی است) که در صورت انتخاب هر کدام از دو عدد، رابطه بازگشتی اعداد پائینی آن سلول تغییر می یابد )

$$\{n + 1, k\} = k\{n, k\} + \{n, k - 1\}$$

مثال برای رابطه بازگشتی استرلینگ در آرایه مثلثی موسوم به انسان، در حالت  $\{n = 9\}$  و  $\{k = 9\}$  بصورت زیر می باشد.

$$\{n + 1, k\} = k\{n, k\} + \{n, k - 1\}$$

$$\{9 + 1, 5\} = 5\{9, 5\} + \{9, 5 - 1\} \Rightarrow \{10, 5\} = 5\{9, 5\} + \{9, 4\} \Rightarrow \{34884\} = 5\{5608\} + \{6844\}$$

مثال برای رابطه بازگشتی استرلینگ در آرایه مثلثی موسوم به انسان، در حالت  $\{n = 7\}$  و  $\{k = 5\}$  بصورت زیر می باشد.

$$\{n + 1, k\} = k\{n, k\} + \{n, k - 1\}$$

$$\{7 + 1, 5\} = 5\{7, 5\} + \{7, 5 - 1\} \Rightarrow \{8, 5\} = 5\{7, 5\} + \{7, 4\} \Rightarrow \{825\} = 5\{105\} + \{300\}$$

مثال برای رابطه بازگشتی استرلینگ در آرایه مثلثی موسوم به جن، در حالت  $\{n = 8\}$  و  $\{k = 4\}$  بصورت زیر می باشد.

$$\{n + 1, k\} = k\{n, k\} + \{n, k - 1\}$$

$$\{8 + 1, 4\} = 5\{8, 4\} + \{8, 4 - 1\} \Rightarrow \{9, 4\} = 4\{8, 4\} + \{8, 3\} \Rightarrow \{926\} = 4\{218\} + \{54\}$$

مثال برای رابطه بازگشتی استرلینگ در آرایه مثلثی موسوم به جن، در حالت  $\{n = 7\}$  و  $\{k = 4\}$  بصورت زیر می باشد.

$$\{n + 1, k\} = k\{n, k\} + \{n, k - 1\}$$

$$\{6 + 1, 4\} = 4\{6, 4\} + \{6, 4 - 1\} \Rightarrow \{7, 4\} = 4\{6, 4\} + \{6, 3\} \Rightarrow \{50\} = 4\{11\} + \{6\}$$

و مثالی برای نمایش تساوی حاصل جمع دو عدد با مکان و مختصات همسان، از دو آرایه مثلثی مجزای انسان و جن، با یک عدد از آرایه مثلثی استرلینگ نوع دوم با مکان و مختصات همسان با آن دو عدد.

{ینگ

$$\{ \quad \quad \quad 22827 \quad \quad \quad \} = \{ \quad \quad \quad 17074 \quad \quad \quad \} + \{ \quad \quad \quad 5753 \quad \quad \quad \}$$

$$\{ \quad \quad \quad n = 10, k = 6 \quad \quad \quad \} = \{ \quad \quad \quad n = 10, k = 6 \quad \quad \quad \} + \{ \quad \quad \quad n = 10, k = 6 \quad \quad \quad \}$$

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9 Jinni	0	0	0	162	926	1343	735	322	<b>175</b>	
9 Human	0	1	255	2863	6844	5608	1911	140	<b>287</b>	1
9 Stirling	0	1	255	3025	7770	6951	2646	462	36	1

کلمات کلیدی: اعداد استرلینگ، اعداد استرلینگ نوع دوم، Stirling numbers of the second kind

1: Wikipedia, [triangular array](#) of values for the Stirling numbers of the second kind (sequence [A008277](#) in the [OEIS](#))

Author: Mohamad reza Serajian Asl